

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - Mardi 14 mars 2017

3^e : Exercices 0 à 6 - **2^{de} : Exercices 0 à 8**

**Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.**

Exercice n°0

Questionnaire culturel

12 points

Compléter la feuille annexe à rendre avec les feuilles réponses.

Exercice n°1

Gare à la « Catcher car »



6 points

Le 8 mai 2016 a eu lieu dans 34 villes du monde simultanément, une course à pied intitulée « Wings for life world run ». Cette course a pour but de recueillir des fonds pour la recherche sur la moelle épinière. Les participants commencent la course exactement en même temps dans les différents lieux officiels.

En France, la course avait lieu à Rouen et le départ était donné à 13 heures, heure française.

Le principe de la course est simple, courir le plus longtemps possible sans être rattrapé par la « catcher car ».

Il n'y a donc pas de ligne d'arrivée, un concurrent termine sa course dès que la « catcher car » le double.

La « catcher car » démarre 30 minutes après le départ des concurrents et roule à 15 km/h pendant 1 h. Puis elle roule à 16 km/h pendant une heure, puis 17 km/h pendant 1 h puis 20 km/h pendant 2 h et enfin 35 km/h jusqu'à ce qu'elle ait rattrapé tous les concurrents.

1. A 15 h 30, quelle est la distance parcourue par la voiture ?
2. Un concurrent a couru à une vitesse constante de 12,5 km/h. A quelle heure a-t-il été rattrapé ?
3. En 2016, le vainqueur (un italien) a parcouru 88,44 km. A quelle heure a-t-il été rattrapé ?

Exercice n°2

Argh ! Tu parles...



6 points

Il y a longtemps dans une tribu lointaine, les hommes et les femmes communiquaient à partir de trois cris : « argh », « irgh » et « orgh ». Voici une bribe de conversation de 3 personnes entendue au retour de la chasse au mammoth : l'un dit « irgh » ; un autre répond « argh orgh orgh » ; le troisième conclut par « irgh argh ».

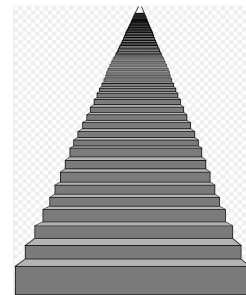
1. Pour s'exprimer, les membres de cette tribu composent ces cris pour former des phrases d'au plus trois cris de longueur, la longueur d'une phrase étant le nombre total de cris qui la composent.
Par exemple, la phrase « irgh » a une longueur de 1 et la phrase « orgh argh argh » a une longueur de 3.
Combien de phrases différentes les membres de cette tribu peuvent-ils utiliser ?
2. Le temps passe ; une femme de la tribu se promène un jour au loin, au bord d'une rivière et rencontre un homme d'une autre tribu. Elle lui demande « argh irgh orgh » ; il répond « irgh urgh ». « urgh », dit-elle interloquée ; « urgh » reprend-il en levant les bras et lui tournant le dos.
Notre tribu possède à présent quatre cris différents mais elle continue à former des phrases d'au plus trois cris de longueur.
Combien de phrases différentes les membres de cette tribu peuvent-ils utiliser ?
3. L'évolution et le progrès suivent leur cours sur la Terre. La nécessité fait que pour communiquer dans le monde moderne, la tribu a besoin d'un milliard de phrases. Les membres de la tribu continuent de communiquer avec les seuls quatre cris « argh », « irgh », « orgh » et « urgh » mais doivent augmenter la longueur de leurs phrases. Jusqu'à combien doivent-ils augmenter cette longueur au minimum afin de s'intégrer dans le monde moderne ?

Exercice n°3**Vaillant Michel!****5 points**

Lors d'un voyage en Asie, Michel, par défi sportif, veut gravir l'escalier d'une des plus hautes tours du monde de façon originale. Il décide de le monter par sauts successifs.

Au premier saut il monte d'une marche, au second saut de deux marches, au troisième saut de trois marches, au quatrième saut de quatre marches. Au cinquième saut, il recommence par une marche, deux marches au sixième saut, puis progresse comme avant et ainsi de suite...

1. A quelle marche se trouve-t-il au bout de 73 sauts ?
2. Toujours vaillant après avoir passé 2000 marches, il se demande s'il posera le pied sur la 2017^e marche. Qu'en pensez-vous ?

**Exercice n°4****MATHKRYPT for ever****12 points**

Pour coder leurs messages les membres du groupe MATHKRYPT de la région Centre-Val de Loire utilisent une grille carrée de 6 cases sur 6 cases dans laquelle sont inscrits au hasard les vingt-six lettres de l'alphabet et les dix chiffres de 0 à 9. Par mesure de sécurité, la grille est changée tous les mois. Voici leur grille de janvier et son mode d'utilisation.

Un message codé est constitué de 2 blocs de caractères séparés par un / .

Le premier bloc de 3 caractères donne le caractère de coordonnée (0;0), qui est donc l'origine du repère de codage, le caractère de coordonnées (1;0) et le caractère de coordonnées (0;1).

Le deuxième bloc donne les coordonnées des caractères du message.

Ainsi RALLYE MATH est codé par : QZP / 1-2 02 23 23 42 11 33 02 3-1 30.

G	6	X	L	M	W
1	A	N	I	7	Y
K	P	E	O	B	9
C	Q	Z	2	H	V
5	U	8	F	T	D
J	4	R	0	S	3

1. (a) Lire avec ces règles le message suivant : QZP / -12 0-2 33 02 1-2 3-2 20 2-2 -12 32.
(b) Avec ces mêmes règles, coder la phrase : A NOUS LA VICTOIRE.
2. Le responsable régional du groupe rappelle aux responsables départementaux qu'il a été prévu de tenir une réunion secrète dans chaque département entre le 1 et le 15 mars 2017 ainsi qu'une réunion régionale entre le 16 et le 31 mars. Il souhaite connaître le lieu et la date de chaque réunion.
Pour cela chaque responsable départemental devra renvoyer en février l'information suivante :
« POUR LE (n° du département) A (lieu) LE (date) MARS. » qui sera codée à l'aide de la grille du mois.
Par exemple l'an dernier le message envoyé par le 45 était le suivant : « Pour le 45 à Montargis le 4 mars ».
Il reçoit les réponses suivantes :

GZA/ -24 11 -10 14 -21 13 -20 -33 01 -43 -23 13 14 10 11 0-1 -21 13 -31 -2-1 01 14 -3-1
 1UL/ 04 31 10 34 01 33 12 -13 21 13 14 21 22 33 21 10 -22 10 2-1 01 33 00 02 0-1 21 34 -1-1
 5S7/ 25 52 31 55 22 54 23 05 42 24 10 10 52 31 03 31 40 22 54 12 20 42 55 10
 UGF/ -14 21 00 24 -11 23 -21 -10 11 -20 -11 21 -13 -2-1 -11 23 -10 -10 -1-1 11 24 -2-1
 9EW/ -21 1-2 -1-3 11 -2-2 10 -2-1 -4-3 0-2 0-1 1-2 -1-3 11 -3-4 -2-2 10 -1-1 -2-4 0-2 11 -3-4
 2TC/ -12 2-1 0-2 22 -1-1 21 -2-1 -3-3 1-1 -12 -11 10 02 -11 -31 -11 21 22 -2-3 -1-1 21 -3-2 -1-3 1-1 22 -2-3

Avec la même grille le responsable régional donne la date et le lieu de la réunion régionale :

NNU/ -10 12 13 05 -32 25 23 -15 13 12 -21 -12 22 -14 -20 -12 24 -13 -25 -10 12 25 -20

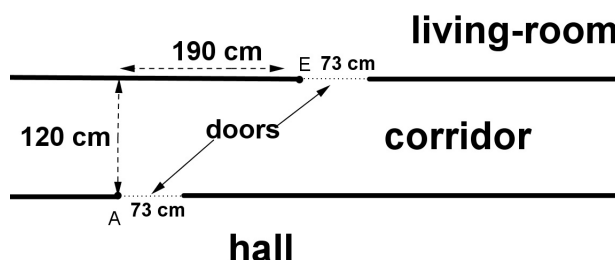
Décoder les sept messages et fournir la grille de décodage de février.

Exercice n°5**Possible or not, this is the question!****8 points**

John wants to buy a very large, industrial style metal cupboard on the internet: he wants it made of metal and on rollers.

The one he chooses is 260 cm long, 40 cm wide and 70 cm high.

He wonders if he will be able to roll it from the hall, where it will be delivered, into his living-room.



After examining the plan of the hall and the living-room, he decides to roll it as close to the door frames as possible (points A and E on John's drawing just above). Will John be able to roll the cupboard he wants into his living-room?

Exercice n°6**La chasse d'Olaf le pirate****9 points**

Olaf le « Renard » est en attente d'une proie qu'il sait en route vers l'Espagne. C'est « La Espléndida Gallina », gros galion chargé de richesses. La vigie de sa goélette lui signale à midi qu'on repère un navire qui ne peut être que celui qu'il attend. Par relevés, Olaf estime la vitesse du galion à 4 nœuds, détermine que son cap de route est plein Est et le situe à 10 milles au Nord de sa goélette. Pour ne pas multiplier les manœuvres, il décide de naviguer à cap constant (c'est à dire dans une même direction) pendant des tranches horaires d'une demi-heure chacune, en visant à chaque fois la position qui sera atteinte par le galion à la fin de la demi-heure. Il débute sa course aussitôt, à la vitesse de 8 nœuds, sachant qu'à chaque changement de cap il prendra plus de vent et que sa vitesse sera augmentée de 10 %.

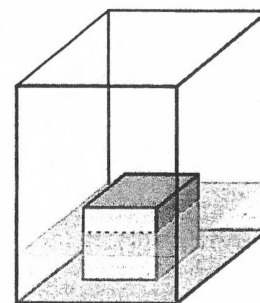
1. Le schéma porté sur la feuille réponse jointe précise les positions initiales du galion G0 et de la goélette pirate R0. L'unité utilisée est de 2 cm pour 1 mille. Poursuivre ce schéma en plaçant les trois positions occupées par les deux navires à la fin de la première demi-heure, à la fin de la seconde demi-heure puis à la fin de la troisième.
2. Au moment où Olaf croise la route suivie par le galion, quelle distance a-t-il parcourue depuis son dernier changement de cap et à quelle distance est-il alors du galion ? (on arrondira les résultats au centième de mille)

Informations : Le mille est l'unité de distance utilisée en marine. Les anglo-saxons le nomme « nautic mile ». Il équivaut à 1852 m. Le nœud vaut 1 mille/heure.

Exercice n°7**Game of cubes****12 points**

Léo a 10 cubes pleins en acier, tous différents, numérotés de 1 à 10. Le numéro de chaque cube est la longueur de son arête en cm. Dans un vase en verre transparent, parallélépipédique de base carrée dont les dimensions intérieures sont 11 cm × 11 cm × 20 cm, il verse un demi-litre d'eau.

1. Léo prend un cube, le pose dans le vase et observe s'il dépasse le niveau de l'eau. Puis, il le retire et recommence avec chacun des autres cubes. Certains cubes dépassent le niveau de l'eau, comme sur le dessin ci-contre. Quels sont ces cubes ?
2. Sa sœur Léa le rejoint et lui dit : « les mettre un par un pour voir s'ils dépassent ou pas le niveau de l'eau, ce n'est pas très intéressant, essaie donc de mettre en même temps un maximum de cubes sous l'eau ». Léo reprend ses cubes et les pose au fond du vase les uns à côté des autres. Combien de cubes peut-il mettre au maximum et lesquels ?
3. Sa sœur lui dit « je peux faire mieux que toi ! ». A son tour, elle prend les cubes et les pose au fond du vase en en superposant certains. Combien de cubes peut-elle mettre au maximum et lesquels ?

**Exercice n°8****A l'eau la bouée****6 points**

Pour une base de loisirs, une entreprise fabrique et livre en grande quantité la même bouée en liège expansé haute résistance. Chaque bouée a la forme de deux cônes identiques, accolés par leur base. Sur les cartons de livraison, on peut lire :

- Liège expansé haute résistance : 110 kg/m³
- Poids unitaire : 1716 g

Le gérant de la base de loisirs ouvre un carton et mesure sur une bouée la distance du sommet au cercle de base et obtient 80 cm, il mesure ensuite la hauteur de la bouée.

Quelle hauteur trouve-t-il ?

